CZA

(1) Vlastnosti diskrétních a číslicových metod zpracování signálu, výhody a nevýhody ve srovnání s analog. zpracováním

číslicový systém: vzorkovač, A/D, systém, D/A, rekonstrukce

dělení metod:

- dle linearity (zda platí superpozice)
- dle setrvačnosti (bez paměti, s pamětí – nerekurzivní, rekurzivní)
- dle počtu proměnných (jedno-, vícerozměrné)
- dle realizace (číslicové, diskrétní analogové)

výhody:

- pružnost zpracování (změna konstantami, programem)
- časová stálost (bez nastavování, reprodukovatelnost)
- neomezená paměť (pomalé signály)
- bez ovlivňování bloků
- spolehlivá realizace komplikovaných systémů
- slučitelnost s IS – datová kompatibilita
- multiplexní provoz

nevýhody:

- limitace Nyquistovou mezí $f_{max} < f_{vz}/2$
- nutnost A/D a D/A pro analog. V/V – antialiasingový filtr, decimace
- dříve cena

CZA

(2) Lineární filtrace signálů, číslicové filtry typu FIR, vlastnosti, návrh a způsoby realizace

filtrace – zpracování k výběru/potlačení určitých složek signálu

frekvenční char. – amplitudová, fázová; periodické $\langle 0, f_{vz}/2 \rangle$

filtry FIR (Finite impulse response) – plně definovány hodnotami své impulsní charakteristiky, typicky nerekurzivní, nemají analog. protějšky, mohou mít lin.-fáz. charakteristiku

dif. rovnice (konvoluce): $y_n = \sum_k x_{n-k} h_k$

obrazový přenos: $H(z) = \sum_n h_n \cdot z^{-n}$ ⇒ reprezentace v rovině: nulové body, násobný pól v počátku ⇒ absolutně stabilní

lin. fáz. char. – při sym./antisym. charakteristice $h_n = \pm h_{(N-1)-n}$

metody návrhu:

- vzorkování freq. char. (navzorkování frekv. char, následná DFT^{-1} a příp. přerovnání pro IFFT; char. prochází všemi body ⇒ lepší je husté vzorkování, úprava krajů propust. pásem)
- váhování impulsní char. (metoda okénka; vychází ze znalosti imp. char. h_d; okna: pravoúhlé, Bartlettovo, Hammingovo, Hannovo; omezení h_d na N členů)
- intuitivní návrh (hřebenové filtry, Lynnovy filtry)

způsoby realizace:

- v časové oblasti (přímá realizace dif. rovnice, využívá symetrii imp. char. ⇒ méně násobení, přesné hodnoty)
- ve frekvenční oblasti (tzv. rychlá konvoluce, využívá podobnost aperiodické a kruhové konvoluce; zpracování po částech: metoda uschovy přesahu [náběh a doznění nepotřebné], metoda přičtení přesahu [doznění přičítáno; nutné doplnění vstupu nulami zprava])

CZA

(3) Lineární filtrace signálů, číslicové filtry typu IIR, vlastnosti, návrh a způsoby realizace

filtrace - zpracování k výběru/potlačení určitých složek signálu

frekvenční char. - amplitudová, fázová; periodické $\langle 0, f_{vz}/2 \rangle$

filtry IIR (Infinite impulse response) - nekonečná impulsní char., vždy rekurzivní, nelineární fáz. char., původně jako protějšky analog. filtrů, možnost nestability, vyšší citlivost na nepřesnost návrhu, méně výpočetně náročné než FIR, ale obtížnější návrh

póly uvnitř jedn. kružnice, nuly kdekoliv; filtry s min. fází (nuly uvnitř), s max. fází (nuly vně), se smíšenou fází

dif. rovnice $y_n = \sum_i L_i x_{n-i} - \sum_j K_j y_{n-j}$

metody návrhu:
- intuitivní, optimalizační přístup (typický PP - nulový přenos v 0 a $f_{vz}/2$, maximální dle pólů blížících se jedn. kružnici, jednoduché)
- impulsní invariance - transformuje póly (a nul. body) rovina $p \rightarrow z$ (imp. char. odpovídá vzorkované char. analog. předlohy)
- bilineární transformace $p \rightarrow z$ pomocí $p = \frac{z-1}{z+1}$; imag. osa p se zobrazí na jednotk. kružnici z, levá polorovina p dovnitř kružnice z

způsoby realizace
- přímá realizace: forma I (dle dif. rovnice), kanonická realizace II (nezáleží na pořadí bloků ⇒ první rekurzivní, úspora registrů) - cirkulace chyb ve ZV
- kombinace systémů 2. řádu (rozložení na elementární subsystémy, ty řazeny kaskádně [sériově] či paralelně [parciální zlomky + součet])
- realizace založené na stavovém popisu - popis matematickým modelem

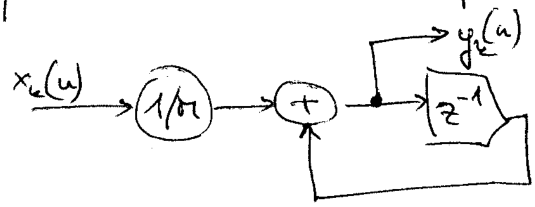
CZA

4 Kumulační metody zvýrazňování signálu v šumu

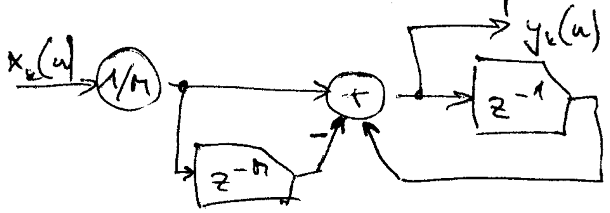
periodický signál
repetiční signál - opakování po nekonst. době
kumulace (~ zprůměrování) - zvyšuje s/š, je-li šum nekorelovaný a má nulovou stř. hodnotu
čárové spektrum signálu se nezmění, spojité spektrum šumu je potlačeno

kumulace:

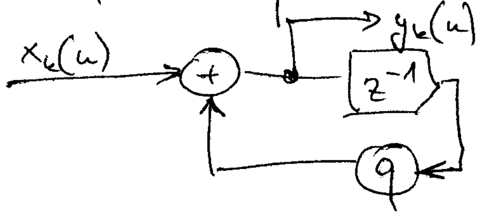
- s rovnoměrnými vahami a pevným oknem $y(n)=\sum_{k=1}^{M}\frac{1}{M}x_k(n)$
  vhodná pro jednorázové očistění signálu, po M vzorcích musí být zastavena; zlepšení s/š je $\sqrt{M}$
  pracuje na mezi stability (jednotková ZV)



- s rovnoměrnými vahami a plovoucím oknem $y_i(n)=\sum_{k=1}^{M}\frac{1}{M}x_{i-k+1}(n)$
  po kumulaci M repetic se příchodem dalšího vzorku zapomene nejstarší; komplikace: paměť na M registrů ⇒ náročná realizace



- exponenciální kumulace $y_i(n)=\sum_{k=1}^{i}q^{k-1}x_{i-k+1}(n)$
  váhové koeficienty klesají do minulosti, umožňuje sledování pomalých změn, přitom je realizačně jednodušší než systém s plovoucím oknem



ČZA

5 Komplexní signály a jejich využití, principy modulace a frekvenční translace

komplexní signály – signály, jejichž vzorky jsou komplex. čísla, reprezentace $\hat{X} = Re(X) + j Im(X)$ nebo $\hat{X} = |X| \cdot e^{j\varphi}$

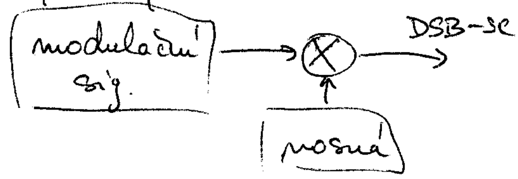
analytický signál – komplexní doz. tvoří hilbertovský transformační pár, má jednostranné spektrum

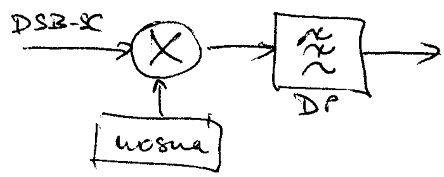
Hilbertova transformace: $f_I(t) = \mathcal{H}\{f_R(t)\}$

DSB-SC: jedná se o AM, dochází k frekv. posunu spektra modulačního signálu; musí platit $\omega_0 > B$, kvůli podvzorkování též $\omega_s > 2(\omega_0 + B)$

modulační teorém: $\cos(\omega_0 n T) x(n) \xleftrightarrow{DTFT} \frac{1}{2} X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X(\omega + \omega_0)$

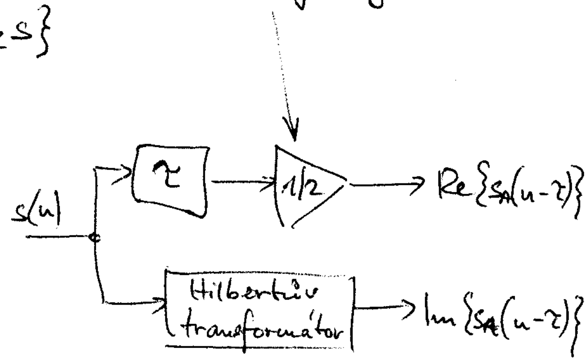
demodulace: modulovaný sig. násobíme koherentním nosným signálem a filtrujeme DP





SSB: posunutí jednostranného spektra o ω_0, řeší se analytickým filtrem, modulací ~ DSB-SC a výběrem $Re\{s\}$

demodulace: lze stejně jako u DSB-SC



CZA

(6) Korelační analýza signálů, odhad korelační fce a její interpretace

- korelační fce – popisuje vztah dvou náhodných veličin
- vzájemná korelace: $r_{xy}(\tau) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M} x(i)\,y(i-\tau) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M} x(i+\tau)\,y(i)$
- autokorelace: pokud $y(n) = x(n)$; sudá $[r_{xx}(\tau) = r_{xx}(-\tau)]$
- odhad funkcí – pro nekonečné posloupnosti, odhad váhovaný trojúh. oknem, při jeho kompenzaci zvýšení rozptylu výsledku s rostoucím τ
- kovarianční posloupnosti: místo hodnot uvažovány odchylky od stř. hodnot
- stacionární procesy – statistické parametry se nemění s časem
- autokorelační fce vždy sudá $\Rightarrow$ nenese informaci o poč. fázi složek
- vzájemná korelační fce – umožňuje úplnou rekonstrukci jednoho signálu, je-li druhý známý
- metody odhadu korelačních fcí:
  - přímý odhad v časové oblasti (dle definice výše, dává přijatelné výsledky pro $\tau \ll M$; metody polovičních/čtvrtinových čtverců)
  - odhad prostřednictvím frekvenční oblasti (nejvýhodnější; doplnění posloupností nulami na délku 2N, FFT obou posloupností, konjugace spektra 1. posloupnosti, vynásobení, IFFT, váhování)
  - odhad na základě výkonového/vzájemného spektra (nepřesné)
- souvislost korelace s konvolucí – jedna ze vstupních posloupností časově reverzní, ve frekv. oblasti (po DTFT) pomocí konjugace
- autokorelační Wiener-Chinčinův teorém:

$$r_{xx}(\tau) = x(n) * x(-n) \xleftrightarrow{DTFT} S_{xx}(\omega) = X(\omega)X(-\omega) = X(\omega)X^*(\omega) = |X(\omega)|^2$$

kde $S_{xx}(\omega)$ je výkonové spektrum signálu

CZA

7 Korelační detekce a příjem signálů, korelační identifikace systémů

- detekce nepravidelných impulsů

  filtr (konvoluce): $y(n) * x(-n) = r_{xx}(n) + \underbrace{r_{wx}(n)}_{\emptyset}$

  využívá přizpůsobený filtr s impuls. char. $h(n) = x(-n)$; problém volby prahu

- detekce periodického signálu

  $$r_{yy}(\tau) = r_{xx}(\tau) + r_{ww}(\tau) + \underbrace{r_{xw}(\tau) + r_{wx}(\tau)}_{\emptyset}$$

  $\tau = 0 \ldots \sigma^2$

  $\tau \neq 0 \ldots \emptyset$

- korelační příjem – využívá furierovský rozklad na harmonické komponenty, aplikaci korelačních metod na složky a zpětné složení – aproximativní metoda, lepší pro periodické signály

- korelační identifikace systémů – k odhadu charakteristik, typicky velkých systémů a za provozu (přetížení testovacími sig., silné provozní sig., zdroj rušení) – pouze odhad

  – autokorelační identifikace – měření širokopásmovým šumem, autokorelace vst. a výst. sig., DFT, dělení ⇒ amplitudová frekv. charakteristika $|G(\omega)|$

  – vzájemně korelační identifikace – k provoznímu signálu přičítán širokopásmový šum, korelace mezi šumem a výstupem zařízení, výstupem po DFT odhad výkonového spektra $S_{xy}(\omega)$

CZA

(8) Spektrální analýza deterministických signálů, časově-frekvenční analýza

- spektrální analýza – popis signálu pomocí jeho složek ve spektrální oblasti; analýza jednoho signálu × popis třídy signálů
- reálný signál má oboustranné spektrum
- diskrétní signály mají periodické spektrum, spojité mají neperiodické
- periodické signály mají diskrétní spektrum, neperiodické mají spojité
- deterministický signál – zvl. případ signálu pravděpodobnostního; periodický, obecný
- analýza periodických signálů – nejsnadnější, analýza pomocí FŘ a DFT, vzorkovací teorém; problematika „rozmazání" spektra vlivem necelého počtu period signálu pro DFT => řešení okny (trojúh., Hamming, Hann.)
- analýza obecných signálů – analýza pomocí FT a DTFT, v praxi DFT; diskretizací (vzorkováním) signálu dojde k „rozmazání" a „prosakování" spektra, nebezpečí aliasingu; vzorkováním spektra nemusí být patrný rozdíl mezi čárovým a spojitým spektrem => hustší vzorkování
- časově-frekvenční analýza – koncept krátkodobých spekter, signál rozdělen na segmenty (mohou se překrývat), na ně aplikována STFT; delší segment => => vyšší frekvenční, nižší časové rozlišení; spektrogram (2D obraz závislosti frekvence na čase, jas odpovídá amplitudě); 3D spektrogram
- vlnková transformace (princip násobného rozlišení)

CZA

(9) Spektrální analýza stochastických signálů, odhad a interpretace výkonového spektra

- náhodné signály – nelze předpovídat průběh (⇒ přenášejí informaci)
- cílem analýzy výpočet výkonového spektra (transformace DFT)
- po získání hodnot už není signál náhodný ⇒ deterministická analýza
- signature analysis – nedestruktivní analýza systému na základě produkovaných sig. (diagnostika)
- vypočtené hodnoty náhodné (stř. hodnota, rozptyl – minimalizace)
- neparametrické metody
  - metoda periodogramu: souborový průměr jednotlivých výkonových spekter, $S_{xx}(k) = E\left\{\frac{1}{N}|X_w(k)|^2\right\}$
    výpočet z úseku signálu: váhování oknem, spektrum DFT, umocnění složek, násobení $1/N$
    výpočet ze segmentovaného signálu: rozdělení na segmenty, výpočet, kumulace
  - metoda korelogramu: využívá Wiener-Chinčinův teorém (→6)
    $r_{xx}(\tau) \xleftrightarrow{DTFT} S_{xx}(\omega) = X(\omega)X(-\omega) = X(\omega)X^*(\omega) = |X(\omega)|^2$
    výpočet: autokorelace, váhování (vychýlený odhad × nestranný odhad), DFT (které předchází kumulace v případě segmentovaných dat)
  - odhad pomocí banky filtrů: PP, kvadrátor, krátkodobý integrátor v jednotlivých větvích, výstupy $S(\omega_n)$

- parametrické metody – princip je ve vytvoření modelu vzniku signálu, parametry ho popisují úsporně ⇒ redukce dat
- vzájemná spektra – frekvenční korelace (závislost) mezi hodnotami spekter procesů
-

CZA

(10) Inverzní filtrace a principy restaurace zkreslených signálů v šumu

- užitečný signál zkreslen systémem $H(z)$, lze obnovit filtrem $M(\omega)=\frac{1}{G(\omega)}$, pokud $H(z)$ neměl nuly vně nebo na jedn. kružnici ($\Rightarrow$ inverzní filtr tam má póly $\Rightarrow$ nestabilní) – prostý inverzní filtr
- převažuje-li lineární zkreslení, je obnova dekonvolucí } bez identifikace: slepá dekonvoluce
- převažuje-li šum, je obnova zlepšením SNR }

- pseudoinverze – koriguje extrémní hodnoty frekv. char., typicky nekonečný přenos
- all-pass (AP) filtry – mají konst. modul přenosu a dvojici nula-pól ve vzdálenosti r, $1/r$; umožňují realizaci s prostým inverzním filtrem, který by byl sám nestabilní – pól mimo jedn. kružnici kompenzuje nula AP (problém s fázovým zkreslením a s šumem)

- LMS filtrace – minimalizace střední kvadratické odchylky, nevyžaduje model zkreslení
- Wienerova filtrace – kaskáda prostého inverzního filtru a Wienerova korekčního faktoru WKF, tj. $M(\omega)=\frac{1}{G(\omega)}\cdot WKF$
  - při $G(\omega)\to\emptyset$ bude $WKF\to\emptyset$
  - při vysokém šumu bude $WKF\to\emptyset$
  - při nulovém šumu bude $WKF=1$

$$WKF=\frac{|G(\omega)|^2}{|G(\omega)|^2+\frac{S_{vv}(\omega)}{S_{xx}(\omega)}}=1-\frac{S_{vv}(\omega)}{S_{yy}(\omega)}$$

, kde

$G(\omega)$ ... frekv. char. zkreslujícího syst.
$S_{vv}(\omega)$ ... výkon. spektrum šumu
$S_{xx}(\omega)$ ... — " — užitečného sig.
$S_{yy}(\omega)$ ... — " — zkresleného sig.

- Kalmanova filtrace – zobecnění Wienerovy, adaptivní rekurzivní struktura